

**Università di Trieste  
Istituto di Geodesia e  
Geofisica  
Sezione di Oceanografia e  
Meteorologia**

**Rapporto Interno  
N. 94/8**

Franco Stravisi

**Riduzione della pressione atmosferica  
ad una quota di riferimento.**

---

Trieste, 1994

## **indice**

	pag.
Riassunto	3
1. L'equazione idrostatica	3
2. Integrazione verticale	4
3. Subroutine Fortran	5
RIFERIMENTI	5
Subroutine p12	6
Subroutine wsp	6

## Riduzione della pressione atmosferica ad una quota di riferimento.

Franco Stravisi

*Università di Trieste, Istituto di Geodesia e Geofisica  
Sezione di Oceanografia e Meteorologia*

**RIASSUNTO.** È calcolata la formula per la riduzione della pressione atmosferica dalla quota della misura ad una quota di riferimento, considerando l'equazione di stato per l'aria umida in una troposfera ad umidità relativa e gradiente di temperatura costanti con l'altezza.

### 1. L'equazione idrostatica.

La variazione lungo la verticale  $z$  della pressione atmosferica  $p$  nel campo della gravità terrestre  $g$  è dato dall'equazione idrostatica

$$dp = -\rho g dz . \quad (1)$$

L'equazione di stato per l'aria umida (Stravisi 1988) fornisce la densità in funzione della pressione, della temperatura Celsius  $\theta$  e dell'umidità relativa ( $0 \leq \epsilon u \leq \epsilon$ ):

$$\rho = p / (R T_v') , \quad (2)$$

dove  $R = 287.053 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  è la costante dell'aria secca e  $T_v'$  è la temperatura virtuale aggiustata:

$$T_v' = 0.9995 T (1 - p/e_w - u) / (1 - p/e_w - \epsilon u) ; \quad (3)$$

$$T/\text{K} = \theta/^\circ\text{C} + 273.15 , \quad (4)$$

$\epsilon = 0.62198$  è il rapporto tra la massa molare dell'acqua e quella dell'aria secca e la pressione del vapor d'acqua alla saturazione è data dalla formula di Goff-Gratch ( $T_1 = 273.16 \text{ K}$  è il punto triplo dell'acqua):

$$\begin{aligned} \text{Log}_{10} e_w(T) = & 10.79574 (1 - T_1/T) - 5.02800 \text{Log}_{10} (T/T_1) \\ & + 1.50475 \times 10^{-4} (1 - 10^{-8.2969 (T/T_1 - 1)}) \\ & + 0.42873 \times 10^{-3} (10^{4.76955 (1 - T_1/T)} - 1) + 0.78614 . \end{aligned} \quad (5)$$

Assumiamo un gradiente verticale costante per la temperatura (atmosfera standard US) e nullo per l'umidità relativa:

$$\begin{aligned} a = -d\theta/dz = & 6.5 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C/m} , \\ u(z) = & \text{cost} . \end{aligned} \quad (6)$$

La gravità in funzione della gravità standard  $g_0 = 9.80665 \text{ m.s}^{-2}$ , dell'altezza e del raggio terrestre effettivo  $r_0 = 6,356,766 \text{ m}$  (NOAA 1976) è data da:

$$\begin{aligned} g(z) &= g_0 r_0^2 / (r_0 + z)^2 \cong g_0 (1 - \gamma z) , \\ \gamma &= 2/r_0 = 3.146 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1} . \end{aligned} \quad (7)$$

La variazione con l'altezza della temperatura virtuale aggiustata può essere calcolata considerando che per la (6)

$$T(z) = T(0) - a z \quad (8)$$

ed usando per la pressione nella (3) la formula approssimata:

$$p = p(0) \exp(-1.2 \times 10^{-4} z) . \quad (9)$$

Con una serie di regressioni lineari di  $T_v'$  su  $z$ , a diversi valori di umidità relativa, si ottiene

$$T_v'(z) = T_v'(0) - b z = T_v'(0) (1 - \beta z) , \quad (10)$$

$$b = 0.00650 + 0.00046 u , \quad (11)$$

$$\beta = b / T_v'(0) ; \quad (12)$$

L'errore probabile dell'interpolazione (10) è di 0.01 K.

## 2. Integrazione verticale.

Sostituendo la (7) e la (10) nell'equazione idrostatica (1), posto

$$k_0 = g_0 / (R T_v'(0)) , \quad (13)$$

si ha

$$dp/p = -k_0 (1 - \gamma z) (1 - \beta z)^{-1} dz \cong -k_0 (1 + \eta z) dz , \quad (14)$$

con

$$\eta = \beta - \gamma . \quad (15)$$

Integrando infine la (14) tra  $z_1$  e  $z_2$  otteniamo:

$$\boxed{p(z_2) = p(z_1) e^{-k_0(z_2-z_1 + \frac{1}{2}\eta(z_2^2-z_1^2))}} \quad (16)$$

### 3. Subroutine Fortran.

La subroutine Fortran, di cui alleghiamo la lista, calcola la pressione e la temperatura alla quota  $z_2$  in funzione della pressione, della temperatura e dell'umidità relativa percentuale alla quota  $z_1$ . Lo schema è il seguente:

dati:  $z_1, \theta_1, p_1, U; \quad z_2$

si calcolano, nell'ordine:

$$\begin{aligned}
 u &= U/100 && \\
 \theta_2 &= \theta_1 - a(z_2 - z_1) && (6) \\
 T_1 &&& (4) \\
 e_w(T_1) &&& (5) \\
 b &&& (11) \\
 T_v'(z_1) &&& (3) \\
 T_v'(0) &&& (10) \\
 \beta &&& (12) \\
 \eta &&& (15) \\
 k_0 &&& (13) \\
 p_2 &&& (16)
 \end{aligned}$$

## RIFERIMENTI

**STRAVISI F. (1988):** *Fortran programs for the equation of state of moist air*,  
 FTC 88/2, 15 pag.

**NOAA (1976):** *U.S. Standard Atmosphere, 1976*, S/T 76-1562.

**subroutine p12(h1,p1,t1,ur,h2,p2,t2)**

C-----  
 C Riduce la pressione dalla quota h1 ad h2  
 C p1,2 hPa pressione alla quota h1,h2  
 C t1,2 °C temperatura alla quota h1,h2  
 C ur % umidità relativa alla quota h1 ed h2  
 C h1,2 m altezze s.l.m.  
 C-----fs94

```

c=0.9995
r=287.053
eps=0.62198
g0=9.80665
gamma=3.146e-7
a=6.5e-3
t2=t1-a*(h2-h1)
u=ur/100.
tk1=t1+273.15
ew=wsp(t1)
pew=1.-p1/ew
b=(6.50+0.46*u)/1000.
tvp1=c*tk1*(pew-u)/(pew-eps*u)
tvp0=tvp1+b*h1
beta=b/tvp0
eta=beta-gamma
rt=r*tvp0
cappa=g0/rt
esp=-cappa*(h2-h1+0.5*eta*(h2*h2-h1*h1))
p2=p1*exp(esp)
return
end

```

C

**function wsp(t)**

C-----  
 C Formula di Goff-Gratch:  
 C wsp pressione del vapore saturo / hPa  
 C t temperatura dell'aria / °C  
 C-----fs88

```

tk=t+273.15
t1=273.16
t2=1.-t1/tK
t3=tK/t1
wsp=10.**((10.79574*t2-5.02800*a*log10(t3)+0.78614
.      +1.50475E-4*(1.-10.**(-8.2969*(t3-1.)))
.      +4.2873E-4*(10.**((4.76955*t2)-1.))
return
end

```